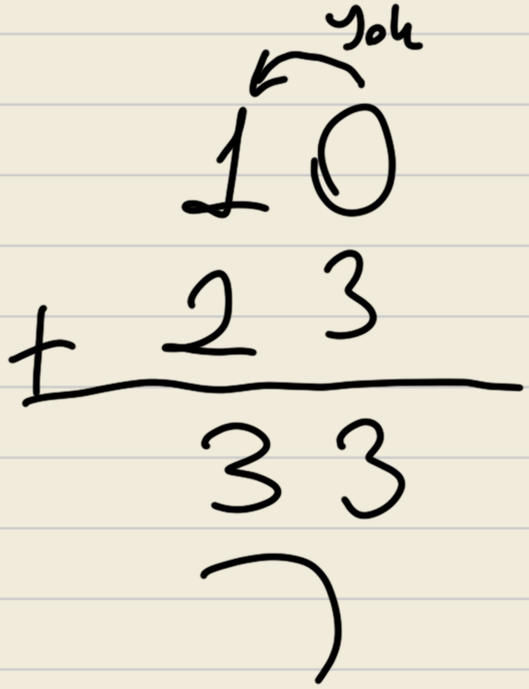
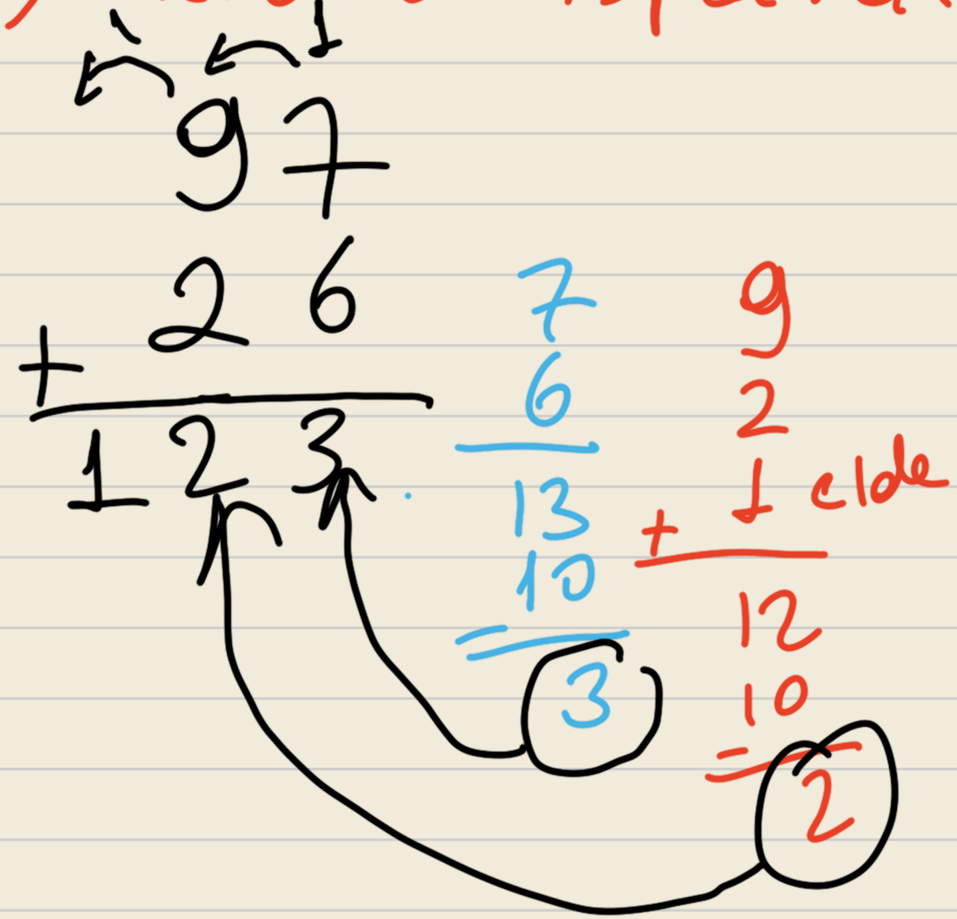
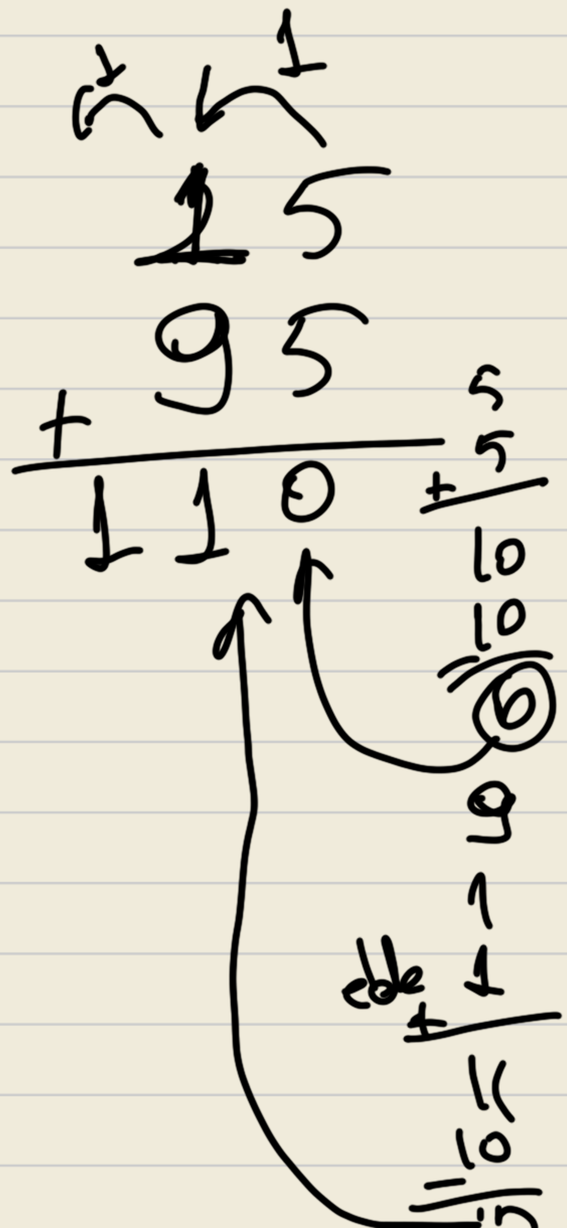
SAYI SİSTEMLERİNDE DÖRT İŞLEM

① Onluk (Decimal) Sistemde Toplama!







2.) Onluk (Dec) Sistemde Çıkarma:

$$\begin{array}{r} 43 \\ -\ 21 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} {}^{10}\!45\!4 \\ -\ 19 \\ \hline 35 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ -\ 9 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ -\ 60 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4\ {}^{10}\!50 \\ -\ 49 \\ \hline 01 \end{array}$$

3.) Onluk (Dec) Sistemde Çarpma:

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times\ 86 \\ \hline 438 \\ +584 \\ \hline 6278 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 122 \\ \times\ 36 \\ \hline 732 \\ +366 \\ \hline 4392 \end{array}$$

4) Onluk Sistemde Bölme işlemi =

```
107 | 8
 8  | 13
---
 27
 24
---
  3
```

```
1027 | 101
 101 | 10
----
  17
```

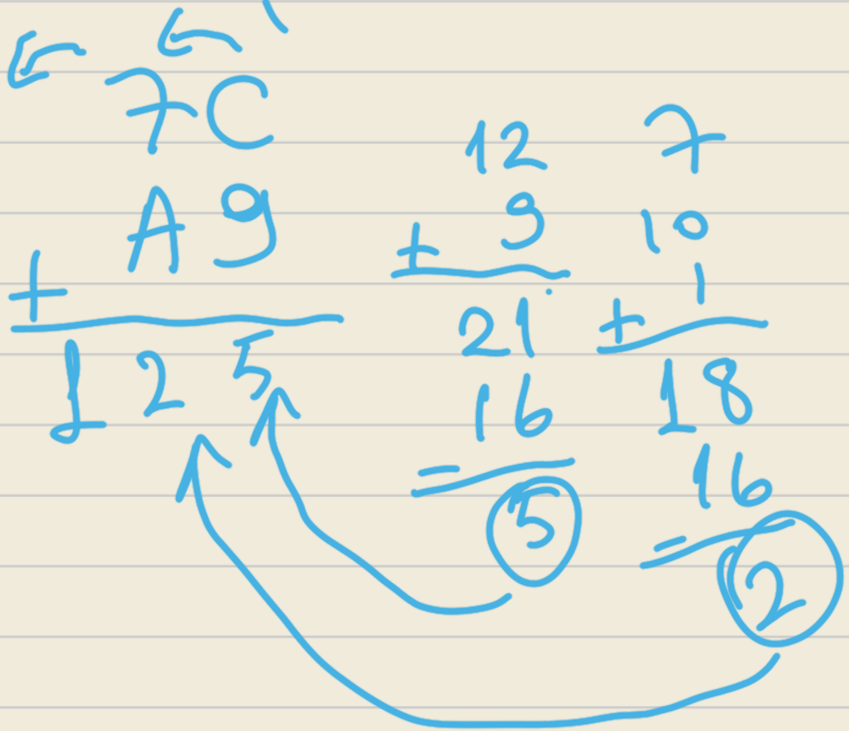
17 Kalan

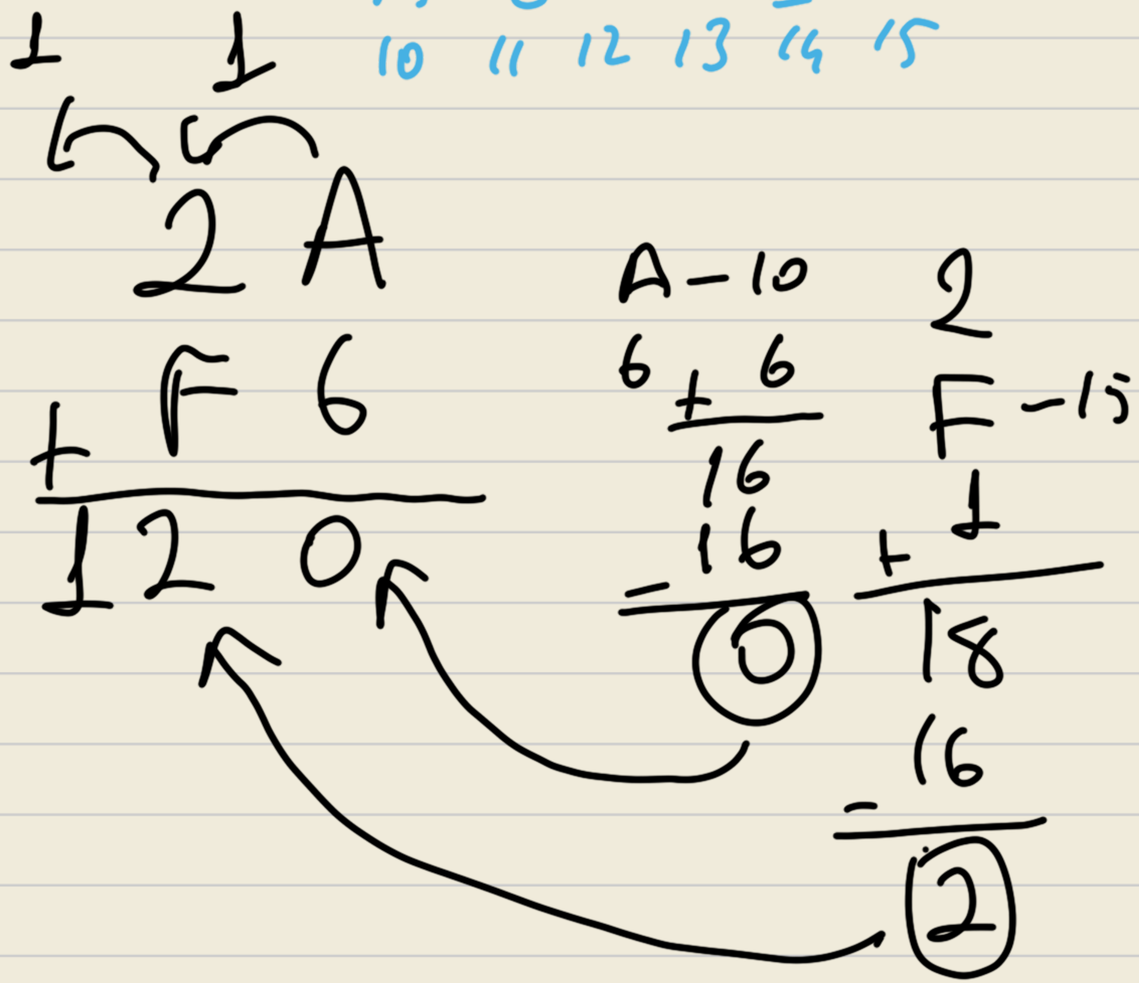
10 Bölüm

```
11010 | 10
 10   | 1101
---
  10
  10
---
   0 10
     10
     --
      0
```

5) Onaltılık (Hexodecimal) Sistemde Toplama:

A B C D E F
10 11 12 13 14 15





$$\begin{array}{r} 53 \\ +\ 19 \\ \hline 6C \end{array}$$

(12)

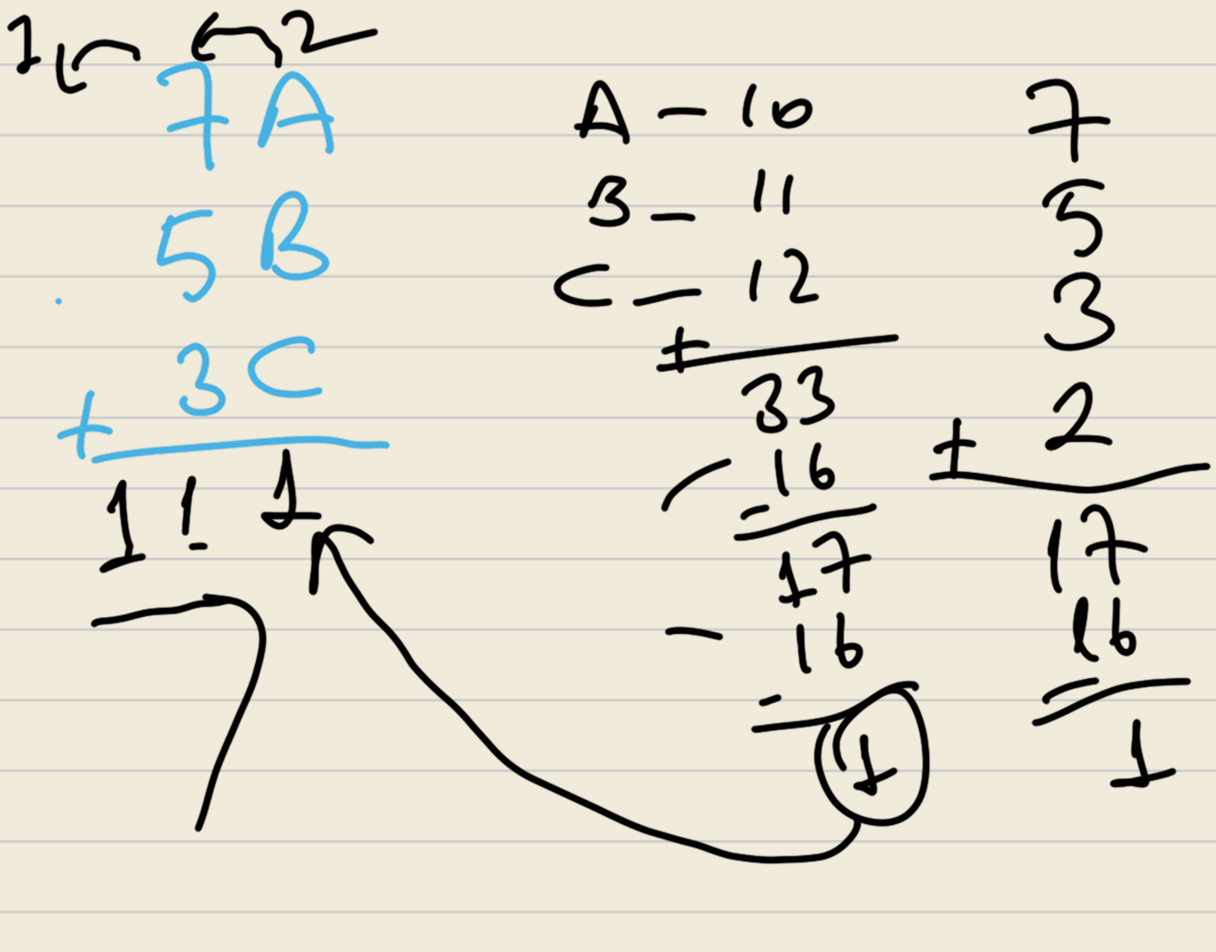
$$\begin{array}{r} 53 \\ +\ 19 \\ \hline 612 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} FE \\ +\ 1 \\ \hline 30 \\ 16 \\ \hline 14E \end{array}$$

$$\begin{array}{r} FE \\ +\ EF \\ \hline 1ED \end{array}$$

E → 14
F → 15

$$\begin{array}{r} 29 \\ +\ 16 \\ \hline 13 \end{array}$$



A - 10
B - 11
C - 12

$$\begin{array}{r} 33 \\ -\ 16 \\ \hline 17 \\ -\ 16 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 5 \\ 3 \\ +\ 2 \\ \hline 17 \\ 16 \\ \hline 1 \end{array}$$

* Onaltılık Sistemde Çıkarma işlemi =

$12_{16} - 11_{16} = 0F_{16}$

$23_{16} - 1F = 1B$ ($26 - 15 = 11 \rightarrow B$)

$14F_{16} - 1F = D2$ ($335 - 31 = 304$)

* Onaltılık Sistemde Bölme işlemi:

$2A_{16} \div 12_{16}$ → Bölen: 2, Kalan: 6

$120_{16} \div C$ (C = 12) → Bölüm: 18, Kalan: 8

$24_{16} \div 16$ → 1 → 18

* Onaltilik (Hex) Sistemde Carpma:

$A8_{16}$
32_{16}
x

1- Onluga cevir.
2- Carp
3- Onaltiliga tekrar cevir.

+1 +1 +1

A8
x 32
150
1F8
+
2000$_{16}$

8
x 2
16
16 +1 elde
0

A → 10
8
x 2 → 2
20
1
+
21 | 16
16 | 1 elde
5

8
x 3
24 | 16
16 | 1 elde
8

A-10
x 3
30
1
+
31 | 16
16 | 1 elde
15
F

8
3
×
24 | 16
16 | 1 ①
8 → 18

A → 10
3 → 3
×
30
± 1
31 | 16
16 | 1
F | 1F

A 8
3 2
×
1 5 0
1 F 8
+
1 0 D 0

8
± 2
16 | 16
16 | 1 ① → 10
0

A → 10
2 → 2
×
20
± 1
21 | 16
16 | 1
5 | 15

1

$$
\begin{array}{r}
54_{16} \\
\times\ 45_{16} \\
\hline
1A4 \\
+50 \\
\hline
+6A4
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
20 & 16 \\
\hline
16 & 1 \\
\hline
4 & (1)
\end{array}
$$

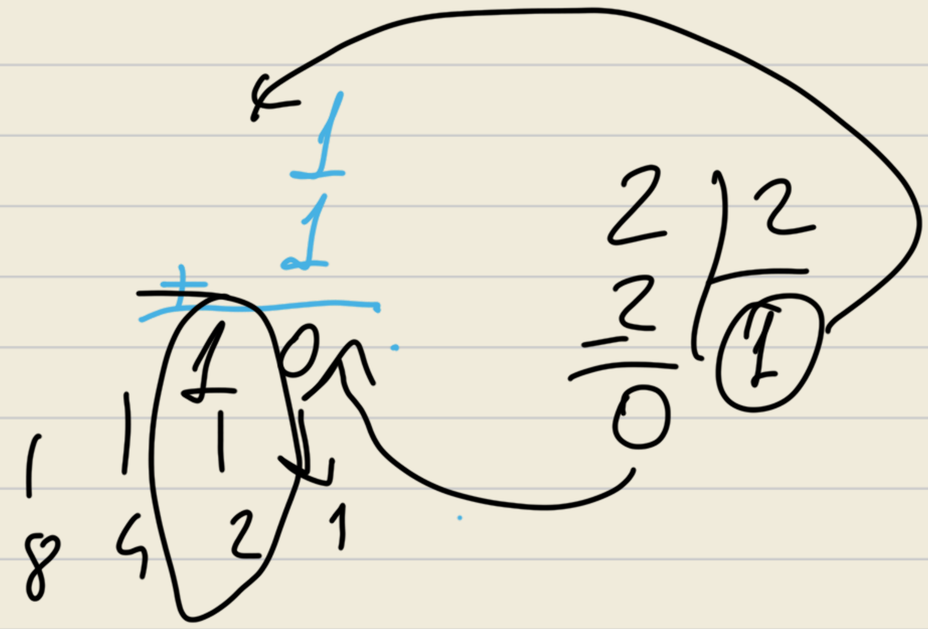
$$
\begin{array}{r|l}
25+1=26 & 16 \\
\hline
16 & 1 \\
\hline
A &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
16 & 16 \\
\hline
16 & 1 \\
\hline
0 & (1)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
20+1=21 & 16 \\
\hline
16 & 1 \\
\hline
(5) &
\end{array}
$$

* İkilik Sistemde Toplama:

$$
\begin{array}{r}
10101001_2 \\
+\ 00110011_2 \\
\hline
11011100_2
\end{array}
$$



$$
\begin{array}{r}
01011101_2 \\
+\ 10110111_2 \\
\hline
100010100_2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
11111111_2 \\
+\ 00000001_2 \\
\hline
100000000_2
\end{array}
$$

* İkilik (Binary) Sist. Çıkarma işlemi:

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 0}\,1\,0\,0\,1\,1\,{\scriptstyle 0}{\scriptstyle 0}1\,1\,0_2 \\
0\,0\,1\,1\,0\,0\,1\,1_2 \\
\hline
0\,1\,1\,0\,1\,0\,1\,1_2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 0}\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0_2 \\
0\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,1_2 \\
\hline
0\,0\,1\,0\,1\,0\,1\,1_2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 0}\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,0\,0_2 \\
0\,0\,0\,0\,1\,1\,1\,1_2 \\
\hline
1\,1\,1\,0\,0\,0\,0\,1_2
\end{array}
$$

* İkilik Sist.. Çarpma İşlemi =

```
  1 0 1
    1 1
x
-------
  1 0 1
+ 1 0 1
-------
1 1 1 1 2
```

```
  1 1 0
  1 0 1
x
-------
  1 1 0
0 0 0
1 1 0
+
-------
1 1 1 1 0 2
```

```
    1 1 1
    1 1 1
x
-------
    1 1 1
  1 1 1
+ 1 1 1
-------
1 1 0 0 0 1
  1 2 2 1
```

* İkilik Sist. Bölme İşlemi =

$101_2 \mid 11_2$

$11 \mid 1$ → Bölüm = 1

10 → Kalan = 10

$1110_2 \mid 101_2$

$101 \downarrow$

100

10

$2 \leftarrow 10_2 \mid 1_2 \rightarrow 1$

$1 \downarrow$

$00 \mid 10 \rightarrow 2$

0

$2 \mid 1$

$2 \mid 2$

0

Signed (İşaretli) Sayılar

Unsigned Numbers (İşaretsiz Sayılar)

$10101101_2 \rightarrow$ Unsigned

128 64 32 16 8 4 2 1

$10101101_2 \rightarrow$ Signed

İşaret
1 - negatif
0 - pozitif

8 byte → 0 255

sbyte → -128 ---- +127

16 short → -32768 ... 32767

ushort → 0 ... 65535

1 0 0 1 1 0 1 1 $_2$

64 32 16 8 4 2 1

127

2,35

1010,101

8 4 2 1

$\frac{1}{2} = 0,5$

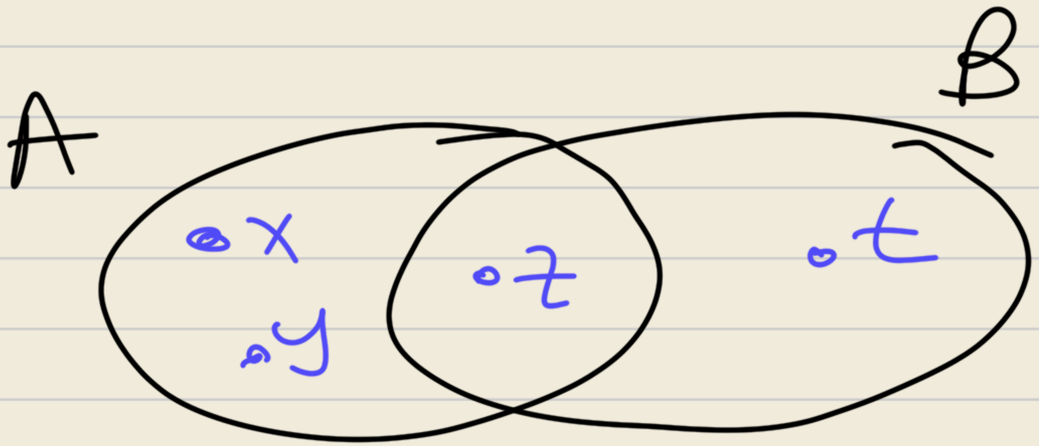
$\frac{1}{4} = 0,25$

$\frac{1}{8} = 0,125$

A + (-B) =

A - B =

KÜMELER



$A \cup B = \{x, y, z, t\}$

$A \cap B = \{z\}$

$s(A) = 2^n = 2^3 = 8$

$A - B = \{x, y\}$

"özelliğine Eleman sayısı $= 2^n - 1$

$= 2^3 - 1$

$= 7$

$B - A = \{\epsilon\}$

Soru: Aşağıda verilen kümelerden hangisi diğerinin alt kümesidir?

$A=\{a,b,1,2,3\}$ $B=\{a,b,c,2,3\}$ $C=\{a,b,1,2\}$

$D=\{a,b,c,d,1,2,3\}$

Cevap: $C \subset A \subset D$, $B \subset D$

Soru: $A=\{a,b,c,d\}$ kümesinin alt küme ile özalt küme elemanı sayısı kaçtır?

$n=4$

Alt küme elemanı sayısı $2^n \Rightarrow 2^4 = 16$

Özalt küme elemanı sayısı $2^n - 1 \Rightarrow 2^4 - 1 = 15$

Soru = $A = \{a, b, c\}$ ise A kümesinin alt küme elemanlarını yazınız.

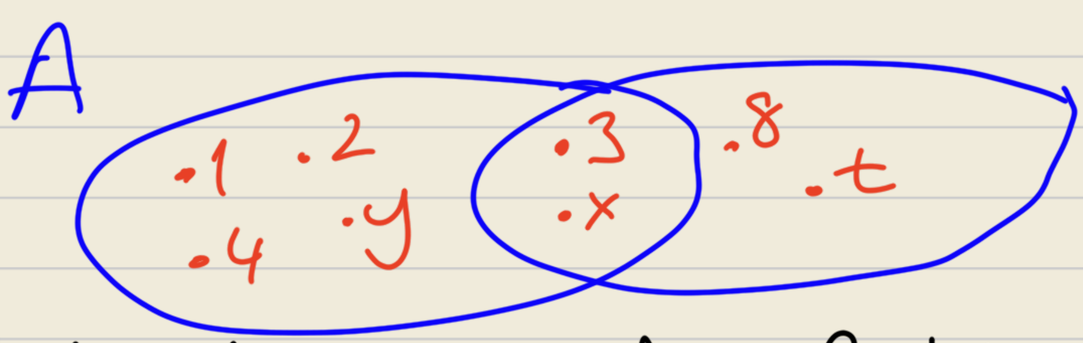
Cevap $= \{\underset{1}{\phi}, \underset{2}{a}, \underset{3}{b}, \underset{4}{c}, \underset{5}{\{a,b\}}, \underset{6}{\{a,c\}}, \underset{7}{\{b,c\}}, \underset{8}{\{a,b,c\}}\}$

Soru = $A = \{\underline{a}, \underline{b}, c, \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}\}$, $B = \{\underline{a}, \underline{b}, \underline{1}\}$ kümeleri için $A - B = ?$

Cevap = $A - B = \{c, 2, 3\}$

Soru = $A=\{1,2,3,4,x,y\}$ ve $B=\{3,8,x,t\}$ kümeleri için $A \cap B=$? elemanları nelerdir?

Cevap= $A \cap B=\{3,x\}$

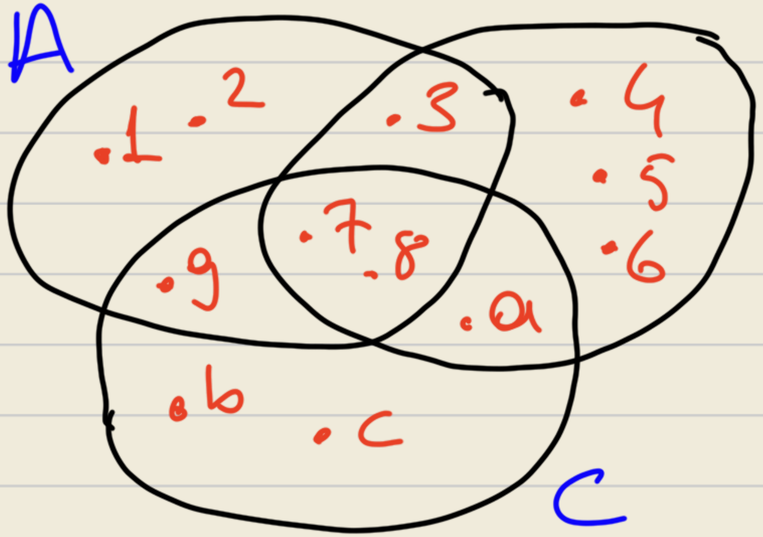


Soru : Yukarıda verilen A ve B kümeleri için $A \cup B=$?

$A \cup B=\{1,2,4,y,3,x,8,t\}$

Not : Birleşimde ortak olan elemanlar 1'defa yazılır.

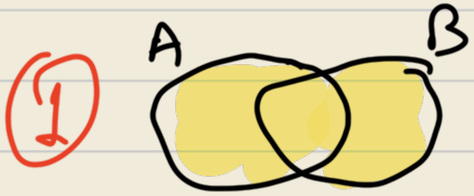
Soru:

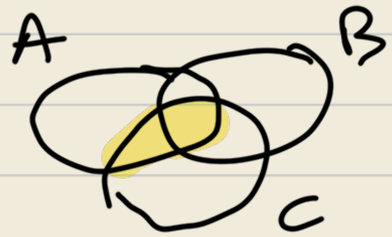


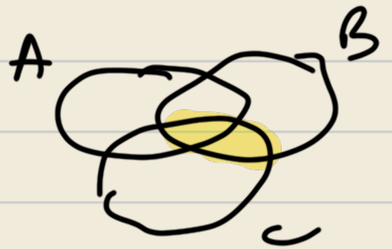
Yanda verilen kümeler için

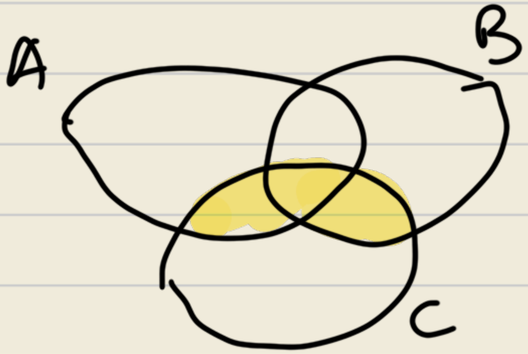
$$(A \cup B) - ((A \cap C) \cup (B \cap C)) = ?$$

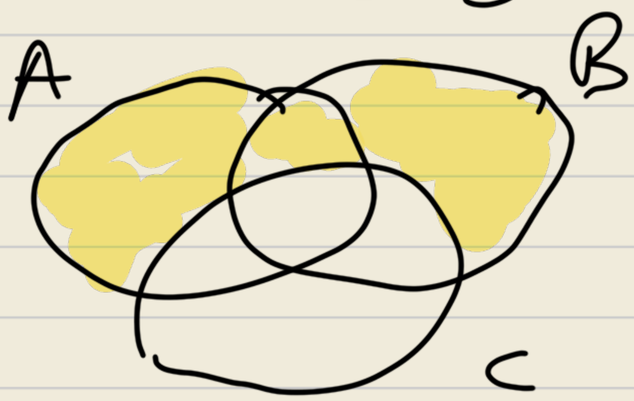
1 — 2 — 3 — 4

① 

③ 

④ 

② 

Sonuç = 

$$Cevap = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Soru: Bir önceki soruda verilen A, B, C kümeleri için

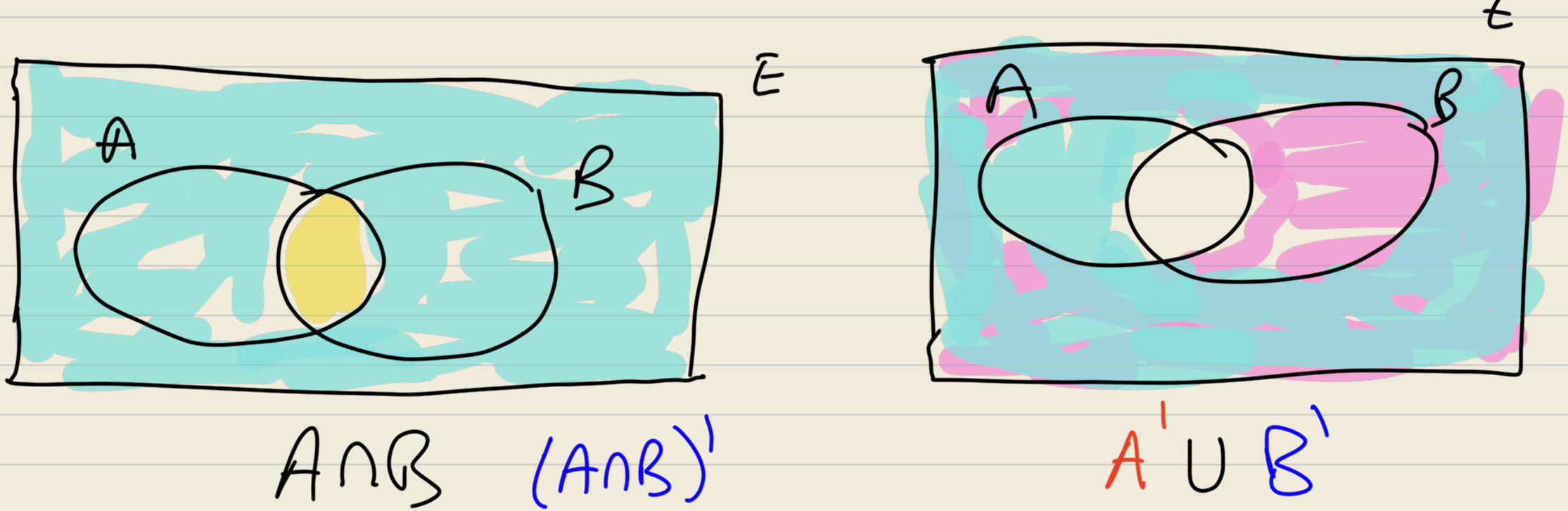
$(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) = ?$ (ödev)

---

* De Morgan Kuralı:

1. Kural $\Rightarrow$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$ $\quad + \rightarrow \cup$

2. Kural $\Rightarrow$ $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $\quad * \rightarrow \cap$



$A \cap B$ $\quad (A \cap B)'$ $\quad A' \cup B'$

MODERN MANTIK (BOOLE CEBİRİ)

Önerme: Doğru yada yanlış olarak KESİN HÜKÜM bildiren ifadelere denir.

Aksiyom: Doğruluğu ispatlanamayan ama doğru olduğu kabul edilen önermelere Aksiyom denir.

Teorem: Doğruluğunu ispatlayabildiğimiz önermelere Teorem adı verilir.

* Boole Cebri Aksiyomları:

Not: p, q, r — a, b, c — x, y, z gibi semboller önermeleri ifade ederken kullanılır.

1-) $q \neq 0 \underset{\text{ise}}{\Rightarrow} q = 1$, $q \neq 1 \Rightarrow q = 0$

2.) $1 + 1 = 1$, $0 \cdot 0 = 0$

3.) $0 + 0 = 0$, $1 \cdot 1 = 1$

4.) $1 + 0 = 1$, $0 \cdot 1 = 0$

Not: Mantıksal toplama ve çarpmayı aritmetik (matematik)teki ile karıştırmayınız !!!

* Teoremler:

2.) $p + q = q + p$

$p + q$
$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 1$

$q + p$
$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 1$

2.) $p+q+r = (p+q)+r = p+(q+r)$ (Birleşme Özelliği)

$p \cdot q \cdot r = (p \cdot q) \cdot r = p \cdot (q \cdot r)$

3.) $p \underline{\underline{+}} q \cdot r = (p \underline{\underline{+}} q) \cdot (p \underline{\underline{+}} r)$ (Dağılma Özelliği)

$p \underline{\underline{\cdot}} (q+r) = (p \underline{\underline{\cdot}} q) + (p \underline{\underline{\cdot}} r)$

4.) $p + p = p$ $\quad p+p+\dots+p = p$

$p \cdot p = p$ $\quad p \cdot p \cdot \dots \cdot p = p$

(Değişkende fazlalık)

5) $p + p \cdot q = p$

$p \cdot (p+q) = p$

(Yutan elemen özelliği)

6) $\overline{(\bar{p})} = p$

(İşlemde fazlalık özelliği)

7) $\overline{(p+q+r+\dots)} = \bar{p} \cdot \bar{q} \cdot \bar{r} \cdot \dots$

$\overline{(p \cdot q \cdot r \cdot \dots)} = \bar{p} + \bar{q} + \bar{r} + \dots$

(De Morgen Özelliği)

ALIŞTIRMALAR

Not: Vize sınavı test usülü yapılacak olup 25 sorudur.

Konular:
- Sayı Sistemleri
  - > Onluk S.S.
  - > Onaltılık S.S.
  - > İkilik S.S.
  - > Sekizlik S.S.
- Sayı sistemlerinin birbirine dönüştürülmesi
- Sayı sistemlerinde 4 işlem
- Kümeler: Kesişim, Birleşim, De Morgan, Evrensel küme, Alt küme, Özalt küme
- Modern Mantık: Önerme ✓, Aksiyom ✓, Teorem ✗

* Aşağıdakilerden hangisi Sekizlik sayı sisteminin rakamlarından biri değildir?

a) 2 b.) 5 c.) 7 d) 9

** Aşağıdakilerde hangisi İkilik sayı sisteminin basamaklarından biri değildir.)

a) 16 b) 32 c.) 48 d.) 64

**. $127_{10} = ?_2$ karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

a) 10110110 b.) 0111 1111 c.) 1000 0000 d) 0000 1111

64 32 16 8 4 2 1 = 127

127 | 2
12 | 63 | 2
07 | 6 | 31 | 2
6 | 03 | 2 | 15 | 2
1 | 3 | 11 | 14 | 7 | 2
1 | 10 | 1 | 6 | 3 | 2
1 | 1 | 1 | 1

0 1 1 1 1 1 1 1 . . . .

* $374_8 = ?_2$ Karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

3 7 4

xxx xxx xxx

4 2 1 4 2 1 4 2 1

011 111 100

$= 011111100_2$

* $10010101_2 = ?_{16}$ karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

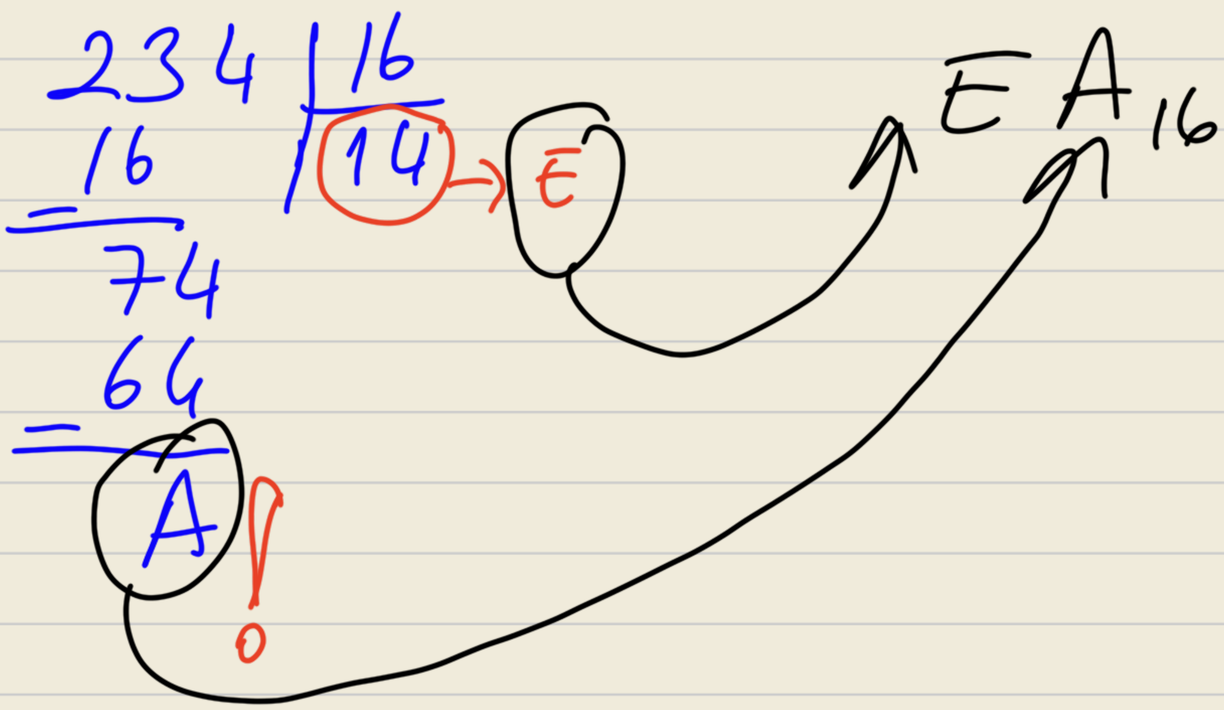
1001 0101 $= 95_{16}$

x xxx xxxx

8421 8421

9 5

* $234_{10} = ?_{16}$ karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?



* $10110011_2 + 01010101_2 = ?$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

$$\begin{array}{r} 1011\,0011 \\ +\ 0101\,0101 \\ \hline 1\,0000\,1000_2 \end{array}$$

* $3A_{16} - 1f_{16} = ?$

$$\begin{array}{r} 2 \leftarrow 3A \\ -\ \ 1F \\ \hline 1B \end{array}$$

$16 + A \Rightarrow 26$

$F \Rightarrow 15$

$11 \rightarrow B$

Hüşlu MYO → Bölümler → Bilg. Teln. → Ders notları

* 110_2

$$\begin{array}{r} 11_2 \\ \times \quad 11_2 \\ \hline 110 \\ 110 \\ + \\ \hline 10010_2 \end{array}$$

* $1011_2 / 10_2 = ?$

$$\begin{array}{r|l} 1011 & 10 \\ \hline 10\downarrow & 101 \\ \hline 011 & \text{Bölüm} \\ 10 & \\ \hline 1 & \\ \hline \text{Kalan} & \end{array}$$

* $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesin alt küme. eleman sayısı kaçtır?

* $B = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin 2 elemanlı alt küme elemanı sayısı kaçtır?

* $A = \{x : x = 3k, x < 20, k \in N\}$ A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

* $A = \{a, b, 1, 2, 3\}$, $B = \{b, c, d, 3, 4, 5\}$ kümelerinin kesişimi aşağıdakilerden hangisidir?

* $A = \{a, b, 1, 2, 3\}$, $B = \{b, c, d, 3, 4, 5\}$ için $(A - B) \cup (A \cap B) = ?$ elemanları hangileridir?

* Aşağıdaki aksiyomlardan hangisi yanlıştır?

a) $1+1=1$ b) $0+0=0$ c) $1 \cdot 0=1$ d) $1+0=1$

* Modern cebirde önermenin tanımı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?